

1. デシベル計算

デシベル (dB) という単位自体は、ほとんどの人が耳にしたことがあるかと思います。身近なところでは、オーディオの性能や騒音の大きさなどを表すために用いられていますし、その他にも、電気通信システムの信号強度や増幅率・減衰率を表すためにも用いられています。増幅率や減衰率なら、例えば 1000 倍とか 100 分の 1 とか言えば簡単なのに、わざわざデシベルを用いるのには、次に示すような理由があります。

- 扱う数字の幅が大きすぎる。

増幅率が 100 倍や 1000 倍のうちが良いのですが、実際には 100000000 倍の増幅器や 1000000000 分の 1 の減衰などという事例はたくさんあります。その数字をそのまま扱うのは面倒なので、100000000 倍であれば「0 が 8 個」、1000000000 分の 1 であれば「0 が -9 個」と言い換えることにより、表現が簡単になります。この、「0 が幾つか」で表す方を「ベル」と呼び、デシベルはその 10 倍の補助単位を付けたものなのです。小学校の理科の時間にデシリットルという単位が出てきましたが、それと同じです。10 デシリットル=1 リットルなのと同様、10 デシベル=1 ベルです。

- 掛け算を足し算にすることができる。

1000000 倍の増幅器の後に、空間を伝わる電波に 1000000000 分の 1 の減衰があったとします。その電波を受信して 1000 倍に増幅したとしたら、得られる信号は最初の信号を 1000000 倍し、1000000000 分の 1 を掛け、10000 倍した大きさになるはずですね。これを求めるには掛け算が必要になります。

しかし、それぞれを「0 が幾つか」で表現すると、1000000 倍が「ゼロ 6 個」、1000000000 分の 1 が「ゼロ -9 個」、10000 倍が「ゼロ 4 個」ですから、 $6 - 9 + 4 = 1$ となり、ゼロが 1 個の 10 倍になることが分かります。

以上のように、出力と入力を比較して何倍になるか、という値のゼロの数を表すのがベル、その数値を 10 倍して扱いやすくしたものがデシベル (dB) という単位で、これを数学的に表すと次のようになります。

$$A[\text{dB}] = 10 \times \log_{10} \frac{P_{OUT}}{P_{IN}}$$

ここで、 P_{OUT} は増幅器などの出力電力、 P_{IN} は入力電力、 A は増幅率や減衰率を表すデシベル値です。 \log_{10} は 10 を底とする常用対数です。なお、 $\log_{10} x^2 = 2 \log_{10} x$ のように、 N 乗

の値の対数を取ると N が前に出せるという数学的な性質があります。これと電力 $P = I^2 R$

または $P = \frac{V^2}{R}$ の関係から、電圧 V もしくは電流 I に対して

$$A[\text{dB}] = 20 \times \log_{10} \frac{V_{OUT}}{V_{IN}}$$

$$A[\text{dB}] = 20 \times \log_{10} \frac{I_{OUT}}{I_{IN}}$$

が成立します。これは、増幅器などの入出力を電圧もしくは電流の大きさを定義した場合、デシベルで表すには対数の 20 倍になることを意味しています。

デシベルを用いた計算は、厳密には関数電卓などを用いて計算する必要がありますが、電力比で 1 倍=0dB、2 倍=3dB、10 倍=10dB、- 2 倍=- 3dB、- 10 倍=- 10dB であり、電圧や電流の場合はその 2 倍の値になることを覚えておけば、たいいていの場合事足りります。

例えば、電力比 50 倍を dB にすると、100 倍 \times 1/2 倍ですから、 $+20\text{dB} - 3\text{dB} = +17\text{dB}$ になります。また、電力比 1/250 は、1/1000 \times 2 \times 2 ですから、 $- 30\text{dB} + 3\text{dB} + 3\text{dB} = - 24\text{dB}$ と表すことができます。